

ホブ切りされた円すい形インボリュート歯車の歯形

石田 喜助・鹿内 元治・小島 久夫

工学部 機械工学科
(昭和50年9月1日受理)

1. ま え が き

円すい形インボリュート歯車というのは、図1に示したように、外見が円すい台状のインボリュート歯車である。

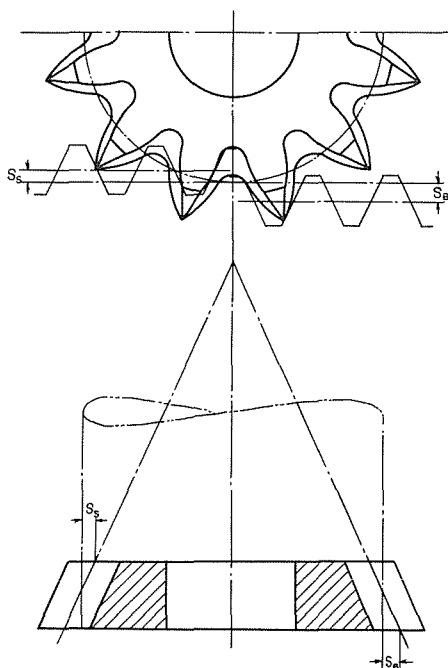


図1 円すい形インボリュート歯車

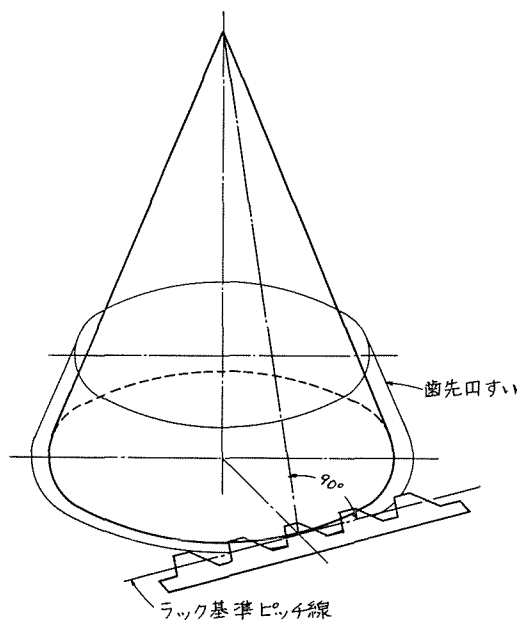


図 2

ラックカッタで歯を切るとき、ラックの基準ピッチ線が、図2に示したように、円すいの母線の1つと、いつも直交するようにしておくと、創成された歯車の歯は、図1のような、左右対称形の正しい歯形になる。ただ、歯車の大端面と小端面とでは転位量異なるので、円すい台状になるのである。

この歯車はいろいろの名で呼ばれているが、ここでは *Merritt*⁽¹⁾ の呼びかたにしたがって、円すい形インボリュート歯車と呼ぶことにした。この歯車の長所や、設計法については、すでに、述べつくされている感があるので、⁽²⁾ それらには触れないで、ホブ切りされた歯形だけについて述べる。

2. ホブ切り法

ラックカッタ、またはピニオンカッタで創成すると、図1のような歯車になるが、ホブで創成すると、歯車は図3のように、左右非対形の歯形をもつことになる。しかるに、円すい形インボリュート歯車を製作するには、ホブを用いる方法がもっとも容易で、他の2つの方法には技術上の難点があるので、現在はあまり用いられていない。

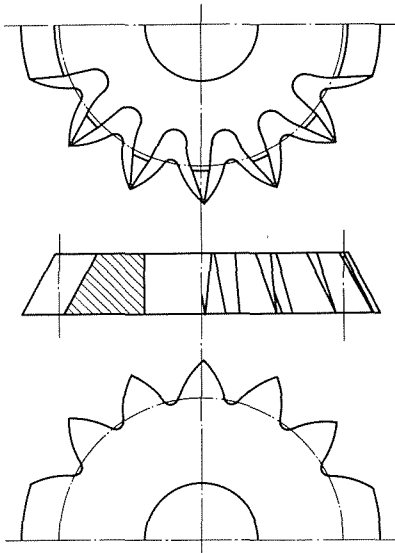


図3 ホブ切りされた非対称形歯形

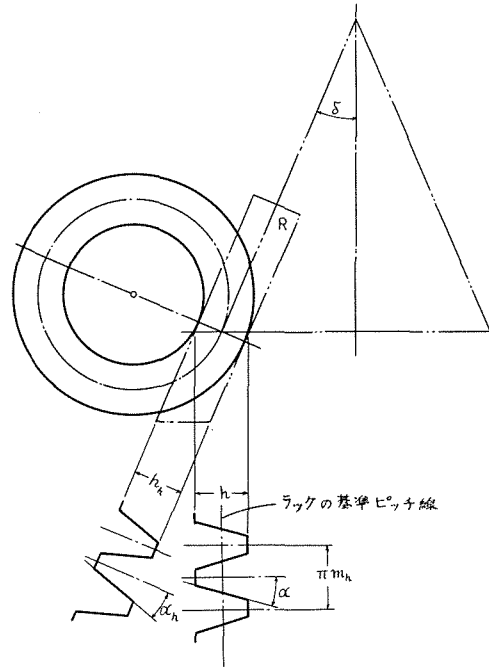


図4 ホブの歯たけと圧力角

図4は、円すい角 δ なる歯車の大端面をホブ切りしている状態を示したものである。ホブの歯は円すいの母線を歯すじの方向にしたラック R と同じものになると考えられる。これを歯すじ方向に投影すると、歯のたけは h_h 、圧力角は α_h 、モジュールは m_h で、これらはホブの歯のたけ、圧力角、モジュールそのものである。しかしながら、ラックを歯車の大端面で切断してみると、歯のたけは h 、圧力角は α になる。モジュール m_h は変化しない。図4から

$$h = h_h / \cos \delta \quad (1)$$

$$\tan \alpha = \tan \alpha_h \cos \delta \quad (2)$$

図5は図4を左方から見たものである。ホブの歯は、つる巻線状になっていて、歯切りは破線の部分で行われる。しかも、破線の全部ではなく、破線と直線 PQ' の交点だけで行われる。歯のたけ h 、圧力角 α なるラックの歯は、破線に対して直角に、破線と直線 PQ' の交点上に、階段状にならんでいるものと考えられる。

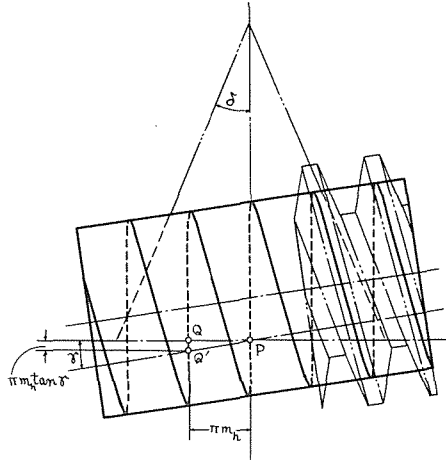


図5 ホブと歯車の関係位置

PQ' が大端面 PQ となす角 γ はホブの進み角，つまり平歯車を削る場合のホブの取りつけ角である。

このような状態で歯を切ると，図6に示したように，右側歯面の歯先 A_k を切るときには，ホブの切り刃は1-1上にならんでいるが，歯元 A_f を切るときには2-2になる。

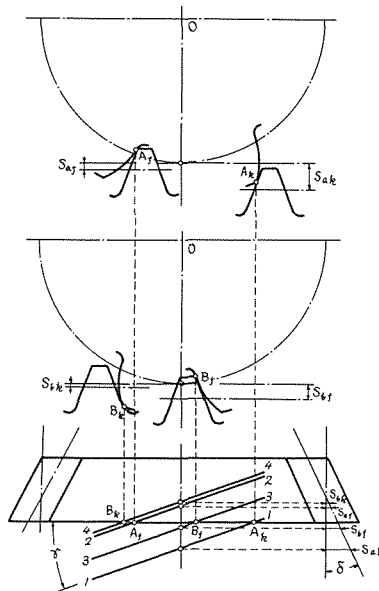


図 6

同じように，左側歯面の歯元 B_f ，歯先 B_k を切るときのホブの切り刃の位置はそれぞれ 3-3，4-4 である。しかるに，ホブが歯車軸の方向に移動するにつれて，その移動距離に比例して転位量に変化するのが円すい形インボリュート歯車の特徴である。だから，

1-1での転位量が S_{ak} であっても、2-2での転位量は S_{af} になり、3-3では S_{bf} 、4-4では S_{bk} になる。つまり、歯車の右側歯面では歯先から歯元に向って転位量が減少し、逆に左側歯面では歯先から歯元に向って増大する。そのために、創成された歯車の歯面は、右側と左側とが同形にならないばかりか、1つの歯面についても歯先から歯元まで転位量は連続的に変ってくる。これが左右非対称歯形を生ずる理由である。

3. 法線ピッチの変化

図5は円すい形歯車の大端面上の点Pで歯切りを行っている状態を示している。Pから左方に1ピッチ、つまり πm_h だけ離れた同じ端面上の点Qで歯切りを行うためには、Q'上での切り歯をQまで上昇させなければならない。図でわかるように $Q'Q = \pi m_h \tan \gamma$ である。

ホブが歯車軸の方向にQ'Qだけ移動すると、図6から推察できるように、転位量は $Q'Q \tan \delta$ だけ変化する。

これを ΔS とすると

$$\Delta S = \pi m_h \tan \gamma \tan \delta \quad (3)$$

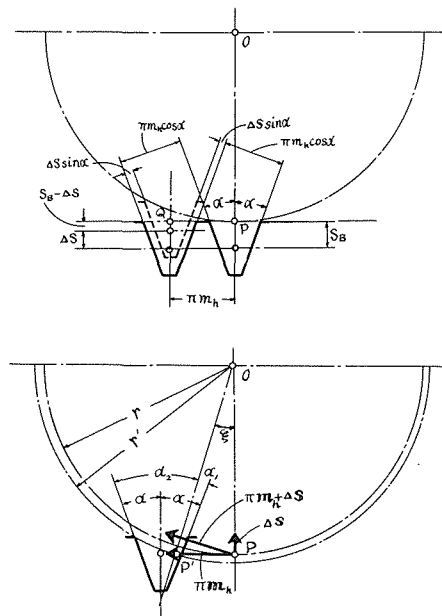


図 7

ホブのモジュールは m_h であるから、図4に示したように仮想のラックを軸直角平面で切断した場合の法線ピッチは $\pi m_h \cos \alpha$ である。しかし、図7に示したように、ホブは基準ピッチ線の方角に πm_h だけ移動すると同時に、これと直角な方向に ΔS だけ移動するので、歯切りのときの法線ピッチは、ラックの法線ピッチとはちがうものになる。歯車の右側歯面の法線ピッチを t_{e1} 、左側歯面のそれを t_{e2} とすると

石田・鹿内・小島：ホブ切りされた円すい形インボリュート歯車の歯形

$$t_{e1} = \pi m_h \cos \alpha + \Delta S \sin \alpha$$

$$t_{e2} = \pi m_h \cos \alpha - \Delta S \sin \alpha$$

これらを1つにまとめると

$$t_{e1,2} = \pi m_h (\cos \alpha \pm \tan \gamma \tan \delta \sin \alpha) \quad (4)$$

t_{e1} と t_{e2} の差を Δt とすると

$$\Delta t = 2\pi m_h \tan \gamma \tan \delta \sin \alpha \quad (5)$$

ホブが基準ピッチ線の方に πm_h 移動すると同時に、これに直角に ΔS 移動するということは、図7でわかるように $\pi m_h + \Delta S$ の移動ということである。したがって、円すい形歯車を歯切りするときの事実上のピッチ点は、 P ではなく、歯車の中心 O から、 $\pi m_h + \Delta S$ に立てた垂線 OP' 上のどこかにあるはずである。ピッチ点を P と考えたときのピッチ円半径を r とし、事実上のピッチ円半径を r' とすると

$$r'/r = |\pi m_h + \Delta S| / |\pi m_h|$$

$$r' = r(\pi m_h / \cos \xi) / \pi m_h$$

ξ は $\pi m_h + \Delta S$ と πm_h のなす角で

$$\tan \xi = \Delta S / \pi m_h = \tan \delta \tan \gamma$$

$$r' = r(1 + \tan^2 \delta \tan^2 \gamma)^{1/2}$$

$$= (zm_h/2)(1 + \tan^2 \delta \tan^2 \gamma)^{1/2} \quad (6)$$

円すい形歯車の歯数を z とすると、 $r = zm_h/2$ である。

事実上のピッチ点を P' とすると、 OP' が r' にひとしくなる。

ホブ切りされた歯車の右側歯面と左側歯面の圧力角をそれぞれ α_1 、 α_2 とすると、図7から

$$\alpha_{1,2} = \alpha \mp \xi = \alpha \mp \tan^{-1}(\tan \delta \tan \gamma) \quad (7)$$

つまり、円すい形インボリュート歯車は、ホブによって創成されると、その歯形曲線は左右が圧力角の異ったインボリュート曲線になる。

なお、(6)の r' に(7)の $\alpha_{1,2}$ の余弦を乗ずると、基礎円の半径が得られる。さらに、これに $2\pi/z$ を乗ずると、法線ピッチ $t_{e1,2}$ が求められるはずである。

$$t_{e1,2} = (2\pi/z) r' \cos \alpha_{1,2}$$

$$= (2\pi/z)(zm_h/2)(1 + \tan^2 \delta \tan^2 \gamma) \cos \left\{ \alpha \mp \tan^{-1}(\tan \delta \tan \gamma) \right\}$$

$$= \pi m_h (\cos \alpha \pm \tan \delta \tan \gamma \sin \alpha)$$

これはさきの（4）と全く同じものである。

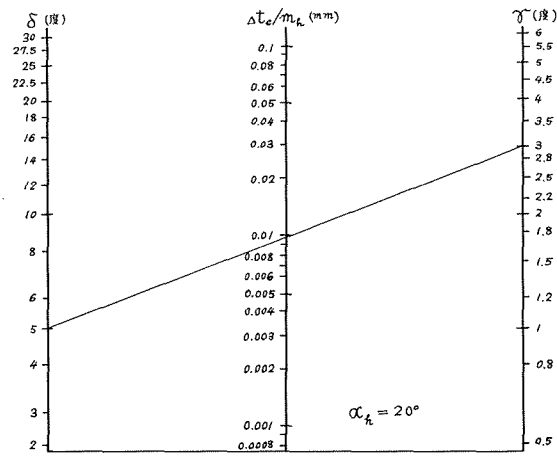


図8 $\Delta t_e/m_h$ の計算図表

圧力角 $\alpha_h = 20^\circ$ のホブで、円すい形インボリュートすば歯車を創成した場合に生ずる左右両歯面の法線ピッチの差をノモグラムで示したのが、図8である。モジュール4のホブの進み角 γ は約 3° である。これを用いて円すいの半頂角 δ が 5° の歯車を削ると、図8から $\Delta t/m_h$ は約 0.01mm であることがわかるので

$$\Delta t \div 0.01 \times 4 = 0.04\text{mm}$$

がえられる。

4. むすび

円すい形インボリュート歯車をホブで創成すると、歯車の歯形は左右が非称対形になる。これはホブの歯がねじ状に作られていることに起因する宿命的な欠陥である。今日まで、

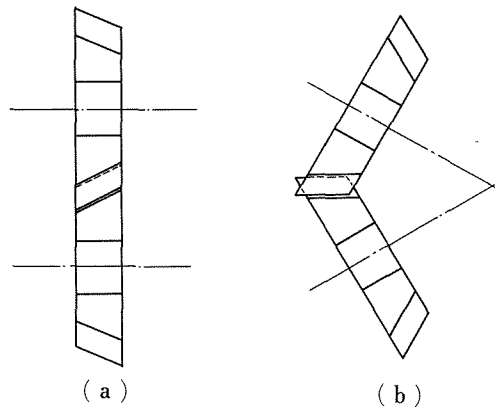


図9 平行軸と交さ軸

この事実が見のがされてきた理由は、誤差の絶対量が小さくて、実用上あまり問題にならなかったためであると推察される。しかし、円すい角が大きく、モジュールも大きくなると誤差は無視できなくなる。

図 9 に示したように、円すい形歯車を、平歯車の代りに、バックラッシ調整用として、平行軸間に用いるには何らの支障もないが、かさ歯車の代用として、交さ軸間に用いると法線ピッチの異なる歯面と歯面が接触することになって、機構学的に正しい回転運動を伝えることはできない。

5. 参考文献

- (1) *Merritt, H. E., Gear Engineering*, (1971), 71, *Pitman*.
- (2) 荒川, 機誌, 49 - 334 (昭 21 - 1), 30.
Bloomfield, B., Mach. Des. 20 - 3 (1948 - 3), 125.
寺田, 日立評論 34 - 9 (昭 27 - 9), 73.
Beam, A. S., Mach. Des. 26 - 12 (1954 - 12), 220.
Thomas, A. K., Werkstatt u. Betr. 97 - 2 (1946 - 2), 129.
渡辺・他 2 名, 機講論, No. 700 - 18 (昭 45 - 10), 79.

Tooth Profile of Conical Involute Gear generated with Hob

Kisuke ISHIDA, Genji SHIKANAI, and Hisao KOJIMA

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering

A conical involute gear, which resembles in shape a spur gear-shaper cutter, is generated by feeding the cutter along any element of the cone. There is no question about the way of generating a gear with a rack cutter or a spur gear-shaper cutter.

Now speaking of generating a conical gear, the way of using a hob is practically much commoner and easier than that of using a rack cutter or a gear-shaper cutter. Cutting the gear with a hob comes to the same result with cutting it with a rack cutter set obliquely to the pitch circle of the gear, as the hob is shaped into a screw-like form. Asymmetric teeth are obtained by feeding a rack cutter set obliquely to the pitch circle of the gear along any element of the cone.

We show in detail the process of generating a conical gear with a hob and the difference between both the normal pitches of the right and the left profiles of a gear tooth. If the conical gears are mounted on the two parallel shafts, they rotate smoothly, but if they are mounted on the two intersecting shafts in place of the bevel gears, their mesh is not conjugate theoretically.